УДК: 004.942

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ РАКЕТНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ГРУППИРОВКИ ВОЙСК В ОПЕРАЦИИ

С.А. Беляев, Е.В. Постников (Санкт-Петербург)

Введение

Одной из основных задач ракетно-технического обеспечения при планировании и проведении операций группировки войск с использованием оперативно-тактических ракет (ОТР) является своевременное ресурсное обеспечение в соответствии с планом проведения операции. Эта задача требует своевременного поступления запланированного ресурса ОТР с мест хранения в ракетно-технические части и затем в ракетные подразделения группировки войск с использованием специального автомобильного транспорта.

Представленная задача ракетно-технического обеспечения группировки войск в операции может быть решена средствами имитационного моделирования [1, 2], когда в терминологии HLA (High Level Architecture, IEEE 1516-2010) описывается множество федератов (самостоятельно действующих участников задачи), процессы их взаимодействия и модельный эксперимент, затем запускается процесс компьютерного моделирования и оцениваются его результаты. При этом для описания отдельного федерата и процессов взаимодействия используются случайные переменные, которые с одной стороны грубо аппроксимируют реальные физические процессы, с другой стороны позволяют упростить процесс моделирования. Для работы со случайными переменными хорошо приспособлена технология вероятностного программирования, активно развиваемая с начала XXI века.

В настоящее время в рамках вероятностного программирования разработаны готовые инструменты и библиотеки на самых разных языках (таких как Питон, R, Stan), которые позволяют описывать и анализировать вероятностные модели, работая с произвольными законами распределения и достаточно сложными зависимостями между случайными переменными. В решателях этих библиотек используют алгоритм Метрополиса-Гастингса и его современные модификации.

В общей постановке задача доставки ракет группировке войск в операции является достаточно объѐмной и требует дальнейших исследований, поэтому в рамках данной работы рассмотрены упрощенные формулировки. С одной стороны, они позволяют оценить применимость представленных подходов, с другой стороны, предоставить основу для дальнейшего расширения моделей и их оценки в реальных условиях.

1. Простейшая постановка задачи

Рассмотрим простейшую постановку задачи: предположим, что мы доставляем ракеты автомобильным транспортом непосредственно в ракетное соединение, и необходимо определить количество ракет в ракетном соединении в день N.

Для описания модели задачи в терминологии вероятностного программирования необходимо определить набор случайных переменных с заданными априорными законами распределения и с указанием взаимосвязи между искомыми переменными. Апостериорное распределение каждой из переменных будет формироваться на основе результатов наблюдений, если они есть, моделирования значений случайных переменных и теоремы Байеса.

Случайной переменной k обозначим количество ракет в ракетном соединении, пусть на начальный момент времени k_0=100. Реальные значения задаются для того, чтобы можно было провести эксперимент и оценить апостериорное распределение.

Случайной переменной d обозначим количество автомобилей, которые доставляют ракеты в ракетное соединение. При этом переменная d распределена по биномиальному закону распределения, максимальное количество задействованных автомобилей обозначим n=4, а вероятность успешной доставки обозначим p=0.99 (оставим 1% на поломки). Каждый автомобиль может перевозить максимально m=10 ракет.

Случайной переменной r обозначим количество ракет, которые расходует ракетное соединение за один день операции. Корректно здесь использовать закон распределения, наиболее близкий к условиям реальной операции, но для упрощения воспользуемся законом Пуассона, который в качестве среднего будет использовать λ=60, но может вернуть произвольное положительное число, имитируя реальный расход.

С приведѐнными обозначениями математическая модель изменения количества ракет в ракетном соединении приведена на рисунке 1 (по аналогии с [3]).

$$k = k_0 + d * m - r$$
$$d \sim Binom(n, p)$$
$$r \sim Poisson(\lambda)$$

Рис. 1 – Математическая модель простейшей постановки задачи на один день

График функции распределения k после проведения 10000 экспериментов приведѐн на рисунке 2. Среднее количество k=80 шт., 94%-доверительный интервал – от 62 до 94 шт. Все расчеты в данной работе осуществлялись с использованием языка программирования Питон с использованием библиотеки PyMC (лицензия Apache 2.0). Суммарная продолжительность расчетов по всем представленным в работе моделям на компьютере Intel i5-2500 не превышает 15 минут.

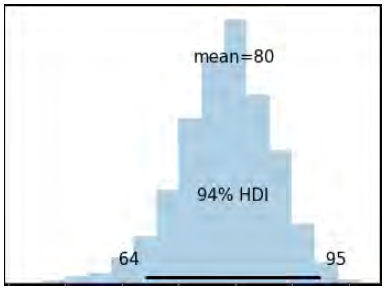


Рис. 2 – График функции распределения k на конец 1 дня

Можно усовершенствовать представленную модель и рассчитать прогноз на N дней вперѐд – рисунок 3. Следует отметить, что в данной модели заложено ограничение: каждый автомобиль делает один рейс в день.

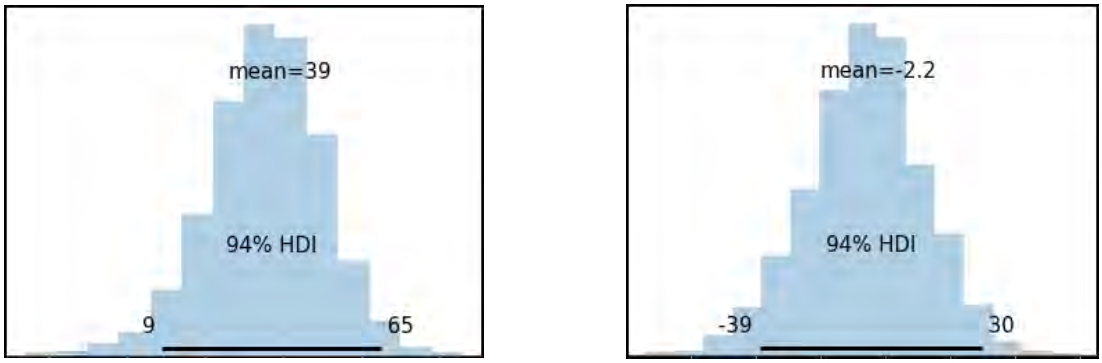
$$k_i = k_{i-1} + d_i * m - r_i$$
$$d_i \sim Binom(n, p)$$
$$r_i \sim Poisson(\lambda)$$
$$i=1..N$$

Рис. 3 – Математическая модель простейшей постановки задачи

Графики функции распределения k_3 и k_5 после проведения 10000 экспериментов приведены на рисунках 4.а и 4.б соответственно. Доверительный интервал для k_3

позволяет предполагать, что на конец третьего дня в ракетном соединении будет положительное количество ракет, а количество ракет на конец 5 дня уже даже в среднем значении является недопустимым.

Возможны следующие решения по результатам вычислений: задать реальные значения d (успешных рейсов автомобилей по доставке ракет) и r (расход ракет в день) на заданные дни или увеличить n (общее количество автомобилей).

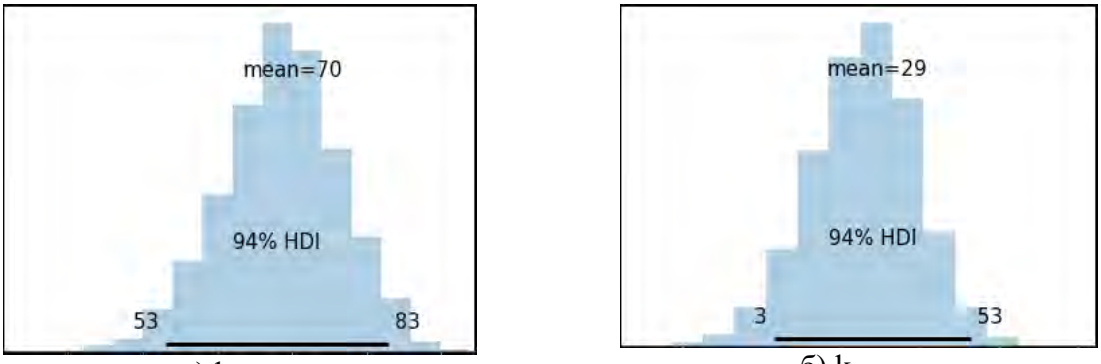


а) k_3 б) k_5

Рис. 4 – Графики функции распределения на конец 3 и 5 дней

1.1. Использование известных данных

Предположим, что нам заранее известны значения d и r на первые два дня, допустим, это значения d_1=4, d_2=4, r_1=40, r_2=50. Графики апостериорного распределения k_3 и k_5 после проведения 10000 экспериментов приведены на рисунках 5.а и 5.б соответственно. Доверительный интервал для k_3 позволяет предполагать, что на конец 3 и 5 дня в ракетном соединении будет положительное количество ракет.



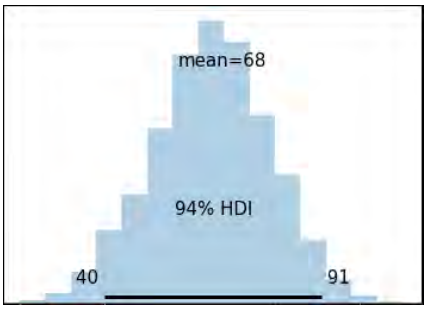
а) k_3 б) k_5

Рис. 5 – Графики апостериорного распределения на конец 3 и 5 дня при наличии дополнительных данных по 1 и 2 дню

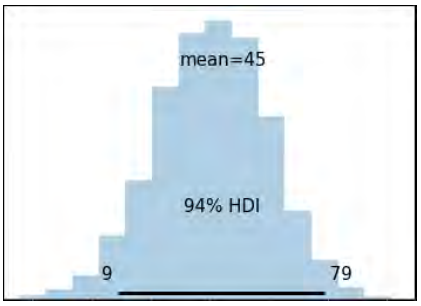
В данном примере аналогичные результаты можно было получить, вычислив по модели новое начальное значение k_0 и изменив соответствующим образом номера дней.

1.2. Изменение исходных данных

Рассмотрим другой подход. Аналитика не удовлетворяет результат на 5 день, в таком случае можно, например, изменить общее количество автомобилей до n=5, не изменяя остальные параметры модели. Графики функции распределения k_3 и k_5 после проведения 10000 экспериментов приведены на рисунках 6.а и 6.б соответственно. Доверительный интервал для k_3 позволяет предполагать, что на конец 3 и 5 дня в ракетном соединении будет положительное количество ракет.



а) k_3



б) k_5

Рис. 6 – Графики функции распределения на конец 3 и 5 дня при изменении общего количества автомобилей

Таким образом, могут применяться различные подходы к исследованию рассматриваемой модели, могут быть добавлены необходимые ограничения и исходные данные, в том числе результаты реальных измерений.

2. Расширенная задача

Рассмотрим расширенную постановку задачи: предположим, что мы доставляем ракеты автомобильным транспортом в ракетно-техническую часть, а оттуда – в ракетное соединение, и необходимо определить количество ракет в ракетном соединении в день N. Новая математическая модель приведена на рисунке 7.

$$k_i = k_{i-1} + dk_i * m - r_i$$
$$s_i = s_{i-1} + ds_i * m - nk * m$$
$$dk_i \sim Binom(nk, pk)$$
$$nk \sim Poisson(nk_\lambda)$$
$$ds_i \sim Binom(ns, ps)$$
$$r_i \sim Poisson(\lambda)$$
$$i=1..N$$

Рис. 7 – Математическая модель расширенной постановки задачи

Здесь каждый автомобиль делает один рейс в день,

i – номер дня;

r_i – количество ракет, которые расходует ракетное соединение за i-й день операции ($\lambda = 60$);

ds_i – количество автомобилей, которые успешно доставляют ракеты в ракетно-техническую часть;

ns – максимальное количество автомобилей, доставляющих ракеты в ракетно-техническую часть (ns = 5);

ps – вероятность успешной доставки ракет в ракетно-техническую часть (ps = 0.99);

nk – максимальное количество автомобилей, доставляющих ракеты в ракетное соединение ($nk_\lambda = 5$);

dk_i – количество автомобилей, которые успешно доставляют ракеты в ракетное соединение (pk = 0.9);

s_i – количество ракет в ракетно-технической части на конец суток (s_0=60);

k_i – количество ракет в ракетном соединении на конец суток (k_0=100).

В данной модели учтены следующие закономерности:

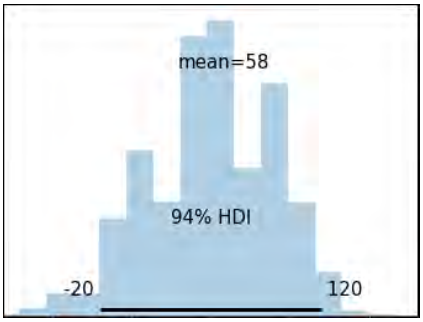
− расход ракет в ракетном соединении подчинѐн закону Пуассона, т.к. известен средний расход, но реальный расход может оказаться как меньше, так и существенно больше без ограничений сверху;

− доставка ракет в ракетно-техническую часть описывается биномиальным законом с большой вероятностью успешной доставки;

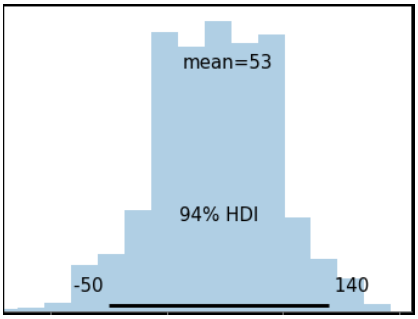
− доставка ракет в ракетное соединение описывается биномиальным законом с вероятностью доставки 90%, но распределением среднего количества автомобилей по закону Пуассона, т.к. автомобили могут выходить из строя не только по причине поломки и могут приниматься решения по увеличению количества используемых автомобилей на данном направлении;

− количество ракет в ракетном соединении вычисляется на основе количества ракет на конец предыдущего дня, количества доставленных ракет и расхода, аналогичная формула используется для количества в ракетно-технической части.

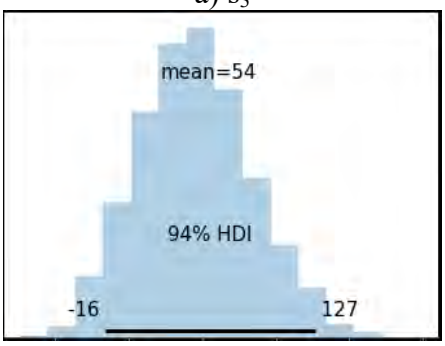
Графики функции распределения s_3, s_5, k_3 и k_5 после проведения 10000 экспериментов приведены на рисунках 8.а, 8.б, 8.в и 8.г соответственно. Очевидно, что результаты моделирования показывают неудовлетворительные запасы ракет в ракетно-технической части и в ракетном соединении уже на третий день.



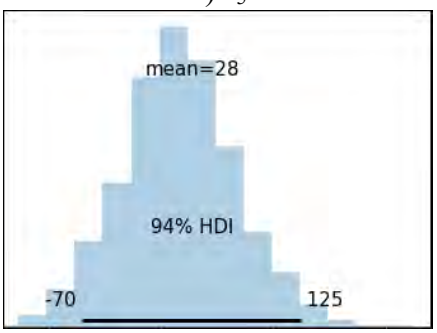
а) s_3



б) s_5



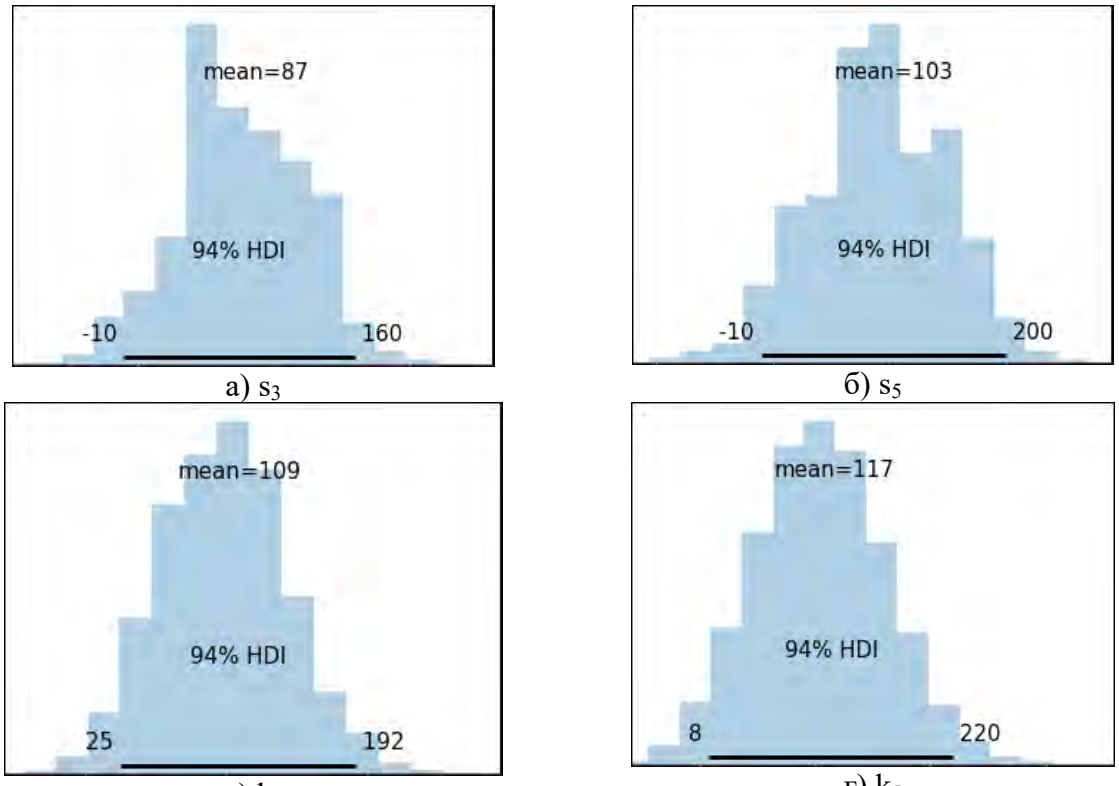
в) k_3



г) k_5

Рис. 8 – Графики функции распределения на конец 3 и 5 дней в ракетно-технической части и в ракетном соединении

Рассмотрим случай, когда максимальное количество автомобилей, доставляющих ракеты в ракетно-техническую часть ns=8, а среднее количество автомобилей, доставляющих ракеты в ракетное соединение nk_λ=7. Графики функции распределения s_3, s_5, k_3 и k_5 после проведения 10000 экспериментов приведены на рисунках 9.а, 9.б, 9.в и 9.г. Доверительный интервал для количества ракет в ракетно-технической части остался неудовлетворительным, но его нижняя граница не сдвинулась от 3 до 5 дня, не смотря на закономерное расширение данного интервала. Доверительный интервал для количества ракет в ракетном соединении позволяет предположить, что ракет на 5 дней должно хватить.



а) s_3 б) s_5

в) k_3 г) k_5

Рис. 9 – Графики функции распределения на конец 3 и 5 дней в ракетно-технической части и в ракетном соединении после изменения начальных условий

Следует отметить, что представленная расширенная модель на рисунке 7 не является универсальной и требует доработки, например, в неѐ не добавлено ограничение, что из ракетно-технической части нельзя вывести в ракетное соединение отрицательное количество ракет. В результате доработки функция апостериорного распределения в ракетном соединении изменится.

Выводы

Вероятностное программирование требует от разработчика знание зависимостей между переменными, понимание априорных законов распределения случайных переменных, задания начальных условий для эксперимента. Аналогичные требования при формулировке задачи в терминах имитационного моделирования. В то же время при использовании вероятностного программирования появляются существенные преимущества:

− наглядная математическая постановка задачи;

− наличие готовых отлаженных библиотек на различных языках программирования;

− проведение большого количества экспериментов с использованием современных версий алгоритмов типа Метрополиса-Гастингса;

− возможность включения в модель реальных данных и учѐт их с использованием теоремы Байеса;

− в результате моделирования получается не только среднее значение и среднеквадратическое отклонение оцениваемой переменной, а оценка апостериорного закона распределения с соответствующим доверительным интервалом;

− апостериорные законы распределения учитывают закономерности модели и реальные данные, используемые при моделировании;

− в инструментальных средствах вероятностного программирования есть встроенные решения по оценке качества построенных моделей, сравнения моделей на предмет соответствия реальным данным и многое другое.

Использование вероятностного программирования для решения задач материально-технического обеспечения позволит предоставить специалисту больше информации по результатам моделирования по сравнению с многими другими подходами [4].

Литература

1. **Беляев С.А., Матросов В.В.** Опыт создания среды имитационного моделирования // I-methods. 2018. Т. 10. №3. С. 14-22.
2. **Беляев С.А., Черепкова Ю.С.** Архитектура среды моделирования для проведения экспериментов с интеллектуальными агентами // Программные продукты, системы и алгоритмы. 2017. №3. С.4. DOI: 10.15827/2311-6749.24.263.
3. **S.A. Belyaev,** Mathematical model of the player control in soccer simulation, 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), St. Petersburg, Moscow, Russia, 2021, pp. 233-237, doi: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396517.
4. **Беляев С.А.** Применение вероятностных и временных автоматов в программах управления многоагентных систем // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2020. Т. 12. № 3. С. 47-53. doi: 10.36724/2409-5419-2020-12-3-47-53.